

# 「粒子的アプローチ」による地盤構造物の解析とその設計への応用

珠玖 隆行<sup>1</sup>

<sup>1</sup>岡山大学大学院 環境生命科学研究科

「粒子」に関わる数値計算手法として、粒子法 (particle method) と粒子フィルタ (particle filter, PF) に着目し、その地盤工学への適用例を示す。粒子法は、解析対象を粒子の集合体としてモデル化し、各粒子の挙動を計算することで解析対象の挙動を評価する数値解析手法である。有限要素法では解析が困難であった大変形挙動へも適用できることから、その土木工学実務への応用が期待されている。一方、粒子フィルタは、観測データを用いることによって、対象とするシステムの状態を推定する方法であり、逆解析手法の一つであると言える。本稿では、粒子法の応用例としてダムブレイク問題と堤防の越流破壊問題の解析、粒子フィルタの適用例として軟弱地盤上に建設される盛土の設計を取り上げ、各手法の適用性について議論する。

キーワード：粒子法, 粒子フィルタ, 地盤構造物

## 1. はじめに

本稿のタイトルにある「粒子的アプローチ」という用語について少し説明が必要である。「粒子的アプローチ」とは、本稿で紹介する2つの数値計算手法、粒子法 (particle method)<sup>1)2)</sup>と粒子フィルタ (particle filter, PF)<sup>3)4)</sup>を同時に表すために便宜的に使用した用語である。タイトルに「 」 (かぎかっこ) を使用するのには奇異に感じられるかもしれないが、「粒子的アプローチ」という言葉が一般的ではないことを示すために、あえてこのようなタイトルにした。

さて、先述した2つの手法の名前のどちらにも「粒子 (particle)」という用語が用いられているが、「粒子」の言葉が持つ意味はそれぞれの手法で大きく異なる。粒子法とは、有限要素法と同じように微分方程式を数値的に解く方法である。有限要素法では、解析領域を「メッシュ (網目状)」に分割し計算するが、粒子法では解析対象が細かい「粒子」によって表現され、各粒子に対して計算が実施される。一方、粒子フィルタは、観測データを用いて、対象となるシステムの状態を推定する方法であり、逆解析手法の一つであると言える。観測データと「モデル」が必要となるため、粒子フィルタ単体では用いることはできない。

本稿の目的は、著者が取り組んでいる研究について分かりやすく紹介すること、一方通行ではあるが、本稿を通して読者と技術交流を図ることである。数式を用いた説明は避けるとともに、手法がどのような特長を有しているか、どのようなことに応用できるかに焦点を絞った

説明を心がける。そのため、通常の論文とは異なった構成とする。具体的には、まず問題設定 (問題定義) をして、その問題を解決する方法として粒子法や粒子フィルタが応用できることを説明する。その後、各手法の適用例を示す。粒子法や粒子フィルタの適用例として本稿では地盤や地盤構造物を扱うが、これらの手法が「地盤工学的問題」に限定されるわけではないことを付記する。本稿により、「著者の研究がなんとなく分かった」「これらの手法は何かに使えそうだ」と感じて頂ければ、著者の目的は達成できたと言える。

## 2. 大変形挙動の予測

### (1) 概要

大変形挙動とは文字通り、「大きな変形を伴う挙動」である。大変形挙動を伴う現象として、斜面崩壊や土石流、液状化などが挙げられる。大変形は通常、構造物などが破壊もしくは破壊に近い状態で生じるため、構造物を設計する際に意識することはほとんどないと言えよう。例えば、盛土の設計を行う際には図-1に示すような簡便法が一般的に用いられるが、この方法は、盛土が「壊れるかどうか」のみに注目するため、盛土が壊れた後どうなるかは問題としない。設計の目的は「安全な構造物を造ること」であるため、破壊後は議論しなくてもいいと言えるが、破壊後の挙動を気にしなければならない状況がある。その状況を模式的に示したものが図-2である。

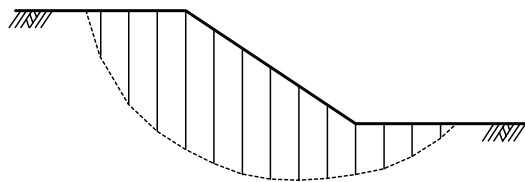


図-1 簡便法

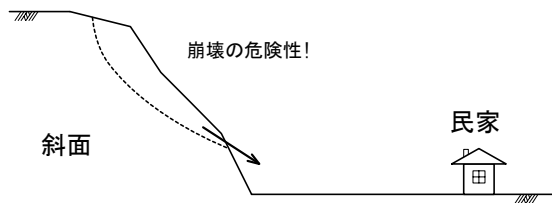


図-2 破壊後の挙動が問題となる状況

それは、民家が斜面に近接する場合であり、斜面が崩壊したときに、崩壊土砂が民家まで到達するか、被災するかどうかを知りたい場合である。斜面災害に関するハザードマップを作製する際にも、斜面が崩壊した場合に崩壊土砂がどの程度の範囲に及ぶかなど、斜面崩壊後の挙動を気にしなければならない。

構造物の変形挙動を評価できる方法としてまず思い浮かべるのが有限要素法 (Finite Element Method, FEM) であろう。有限要素法は、構造解析やマスコンクリートの温度応力解析、地盤の変形解析の実務で一般的に用いられている、極めて汎用性の高い数値解析手法である。しかしながら有限要素法は、大変形挙動の計算を不得意としている。有限要素法では、解析対象を要素に分割し計算が行われるが、分割した各要素は節点を通して他の要素と繋がっている。各節点の変位により解析対象の変形が表現されるが、節点のつながりが切れることは無い (切れるときは計算が破綻するときである)。そのため、例えば液状化や土石流のように、土砂が分裂と結合を繰り返すような現象に対して、有限要素法を適用することは難しい。

そのような有限要素法を持つ弱点を克服した解析手法の一つとして、粒子法が挙げられる。粒子法は解析領域を格子ではなく粒子で表現し、各粒子の挙動をひとつずつ計算することで、解析対象全体の挙動を評価する方法である。有限要素法と粒子法のモデル化の違いを模式的に表したものを図-3に示す。

粒子法にはいくつかの種類があるが、本研究では Moving Particle Semi-implicit法 (以下、MPS法と略称する) と呼ばれる方法に着目する。MPS法は越塚ら<sup>1) 2)</sup>によって提案された方法であり、微分演算子を粒子間相互作用モデルにより離散化することに特徴がある。MPS法に関しては、日本語の教科書<sup>2)</sup>も出版されていることから、粒子法を学んでみたいという日本人にとっては最も学びやすい方法であると言える。

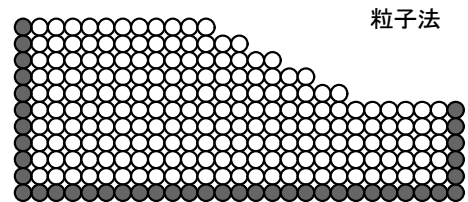
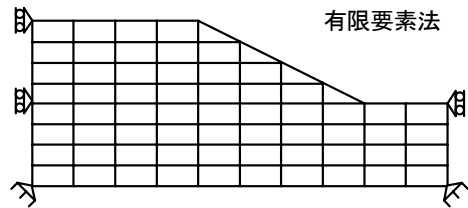


図-3 有限要素法と粒子法のモデル化の違い

解析対象を粒子によりモデル化する方法として、個別要素法 (distinct element method, 以下、DEMと略称する) を思い浮かべる方もおられるかもしれない。DEMも大変形挙動を評価できる優れた数値解析手法であるが、DEMでは粒子間でパラメータを設定する必要があり、そのパラメータを実験的に求めることが難しいとされている。一方、粒子法は、有限要素法に用いるパラメータと同様のパラメータを用いることができるという特長を有している。

## (2) MPS法の適用例 (基本編)

はじめに、ダムブレイク問題にMPS法を適用した結果を示す。ダムブレイク問題とは、水柱を板で押さえておき、板を取り去ったときに崩壊水柱の挙動を取り扱う問題であり、流体を対象とした数値解析手法の精度検証のためにしばしば取り上げられる。ダムブレイク問題の模式図を図-4に示す。ダムブレイク問題では明らかに大変形挙動を取り扱う必要があり、有限要素法では取り扱いが難しい問題である。

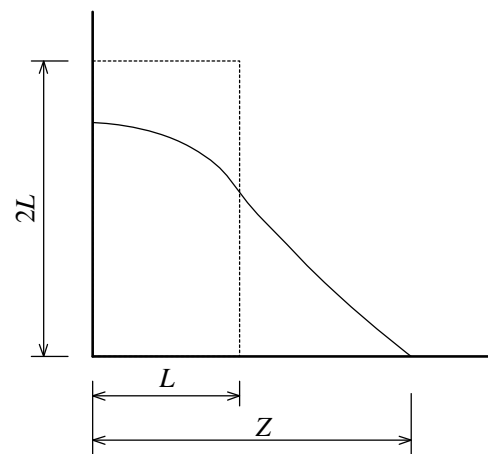


図-4 ダムブレイク問題の模式図

図-5は、板を取り去って0.5秒経過した後の水柱の崩壊形状を示している。ここでは比較のために、砂と粘土の崩壊形状も併せて示した。なお、粘性土には粘着力200paを与え、砂には内部摩擦角 $30^\circ$ を与え計算を行った。図から明らかなように、MPS法により、水が崩壊し流れ出した様子が再現できている。また、粘土や砂の崩壊も定性的に再現できている。このように計算対象の形状が大きく変化するような問題を取り扱うためには、MPS法が有効であることがわかる。

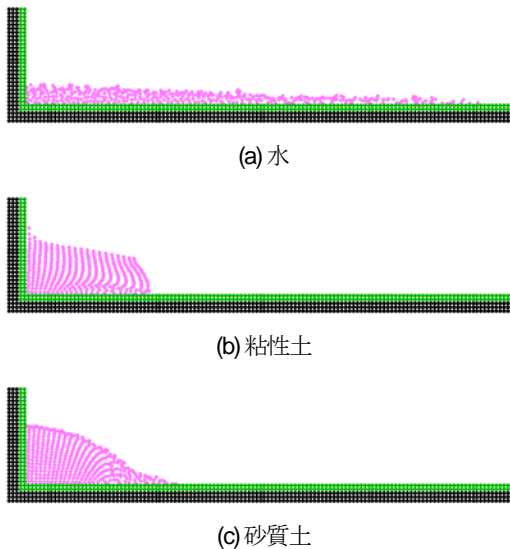


図-5 解析結果の一例

MPS法により、大変形挙動を評価できることは示されたが、手法の精度については議論していなかった。そこで、MPS法による解析の精度検証結果を図-6に示す。図中のプロットは、崩壊水柱先端の移動距離と経過時間に関する実験結果<sup>5)</sup>であり、この実験データをMPS法で再現可能かどうかを検討した。図の縦軸が距離を表し、横軸が時間を表している。

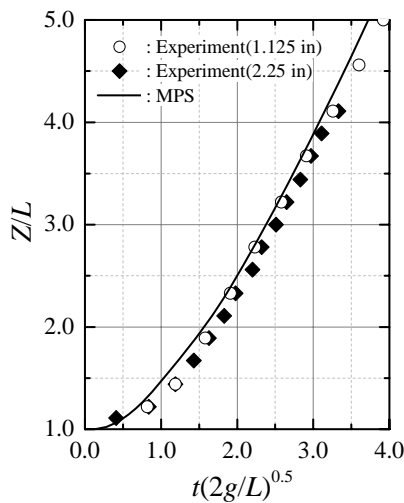


図-6 解析結果と実測値の比較

図から明らかなように、MPS法による解析結果は、実験データを高い精度で再現できている。これにより、MPS法は大変形挙動の解析が可能であり、かつ精度も保障されることがわかる。しかしながら、ここで示した検証例は水に対するものであり、他の材料、例えば地盤材料やBingham流体などを対象とした計算においては、ダムブレイク問題のようなベンチマークテストによる精度検証が必要であると言える。

### (3) MPS法の適用例（応用編）

基本編では、水や地盤材料の崩壊挙動を示したが、ここではもう少し複雑な問題として、河川堤防の越流破堤問題を取り上げ、MPS法を適用する。

越流は堤防破堤原因の多くを占めることから、そのメカニズムを解明し、効率的な対策工を研究し提案することは、豪雨災害を低減するためにも必要である。越流による堤防の浸食は、有限要素法では扱いづらい問題である一方、MPS法の特長が生かされる例題である。なお、MPS法を用いて解析するにあたり、実際の堤防の越流破堤を取り扱うことは困難であるため、ここでは模型実験結果<sup>6)</sup>の再現を試みる。

越流破堤実験の概要を図-7に示す。堤防は砂質土と粘性土を混合した試料を数cmごとに締めめて作成された。作成した堤防に一定の流量を与え越流を発生させ、堤防の浸食過程が観察された。実験によって得られた堤体形状の時間変化を図-8に示す。堤頂付近から徐々に浸食が始まり、上流側に向かうように浸食が進行していくことがわかる。このような、堤体を構成する材料が徐々に削れていく過程、すなわち、境界が徐々に変化していく問題を有限要素法で扱うことは難しい。

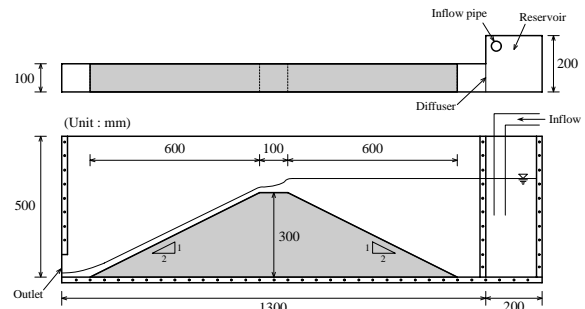


図-7 実験概要<sup>6)</sup>

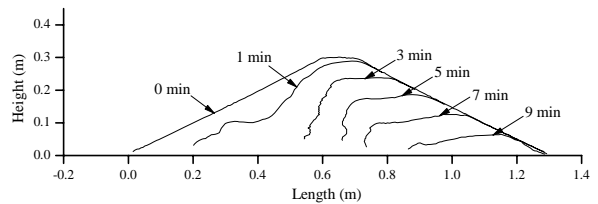


図-8 越流による堤体形状の経時変化<sup>6)</sup>

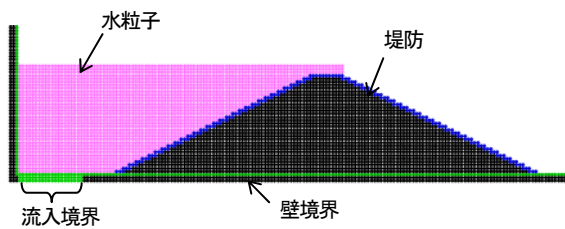


図-9 計算モデル

図-9は、再現解析に用いた計算モデルを示している。計算の便宜上、実験と計算の左右が逆となっているため注意が必要である。解析領域左下の粒子は水の流入境界を表しており、実験条件と同じ流入量の水粒子がこの境界を通して生成される。

MPS法により計算された堤体の浸食過程を図-10に示す。実験で観察されたように、堤頂部から浸食が始まり、上流側に向かうように浸食が進行している。堤体が浸食されるに伴い、越流水深が深くなっているが、このような現象は実験では観察されなかった。しかしながら、越流に伴う堤体の浸食から破堤までに至る過程を連続的に再現することができた。なお、削られた堤体材料は堆積することなく下流側に流下すると仮定して計算しているが、浸食された土砂の堆積条件などを計算に導入することで、下流側での自然堤防の発生などを再現できる可能性がある。

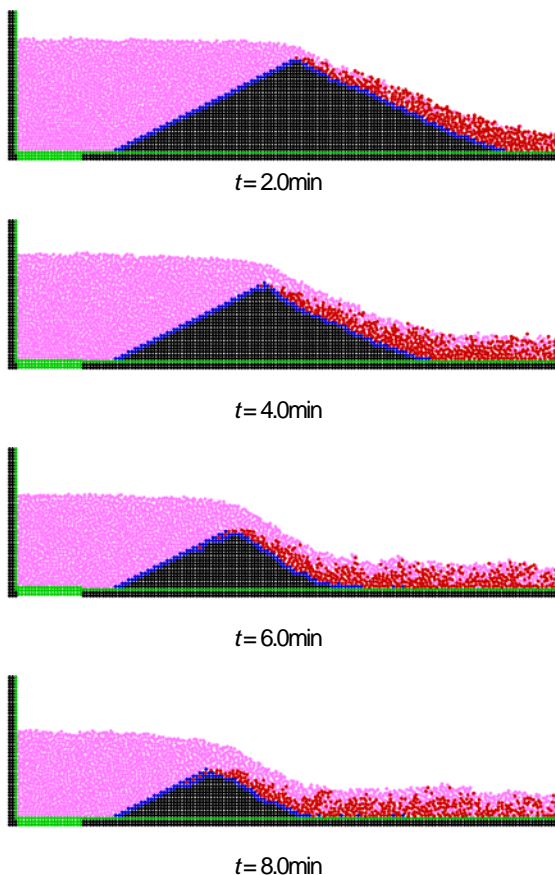


図-10 越流浸食過程の解析結果

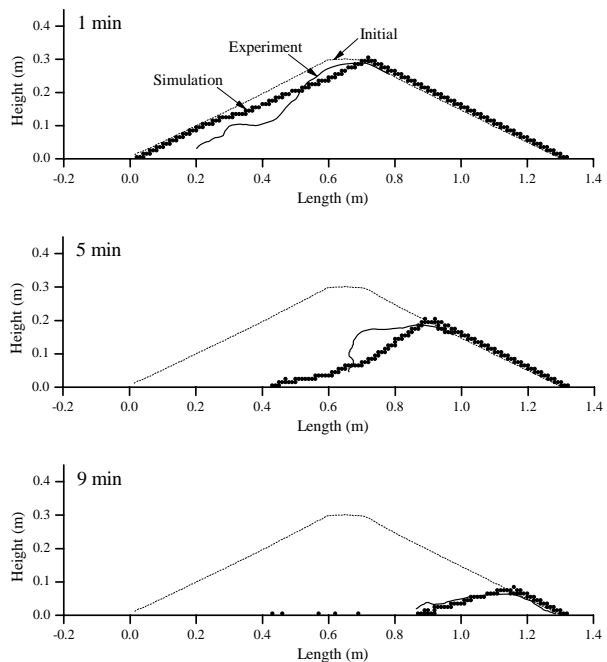


図-11 解析結果と実験結果の比較

実験で観察された堤体の浸食形状と解析から得られた浸食形状の比較を図-11に示す。図から明らかなように計算結果は、実験結果を精度よく再現できている。とくに、堤体が破堤に至る時間は解析結果が実測結果にほぼ一致した。浸食された堤体形状に関しては、解析と実験で異なる結果となったが、実際の堤体は異方性を有しているとともに、均質な状態ではないため（計算では均質と仮定）、両者に違いが認められたものと考えられる。

本節では、適用例を通して、粒子法（MPS法）の特徴について説明してきた。粒子法は有限要素法に比較するとまだまだ新しい計算手法であり、土木工学への適用例も限られている。今後、適用例を増やし、その精度検証や手法の改良を積み重ねていくことで、実務に耐えうる手法に発展するものと考えられる。

### 3. 地盤構造物の性能設計

最近、「性能設計（performance based design）」という用語を土木・建設関連の雑誌や論文等で見かける機会が多くなってきた。性能設計とは、「構造物をその仕様によってではなく、その社会的に要求される性能から規定し設計する、その考え方」と定義される<sup>7)</sup>。

ここで、唐突ではあるが、図-12に示す軟弱地盤上の盛土に対してある性能を規定し、その性能を照査する問題（性能設計）を考える。性能として

盛土完成から10年経過後の残留沈下量が100cm以上になる確率を10%以下にせよ

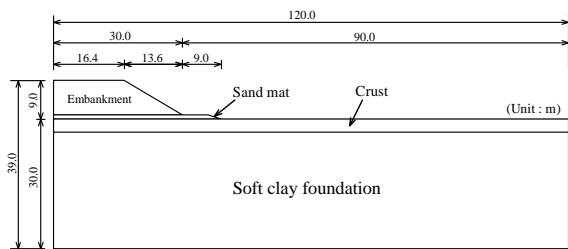


図-12 設計対象とする軟弱地盤上の盛土

というものを設定する。この性能を照査するにあたり、二つの難しさがある。一つは、変位（沈下量）を精度よく予測しなければならないことであり、もう一つは、確率を計算しなければならないことである。このような難しさを解消してくれる方法として粒子フィルタに着目し、有限要素法と粒子フィルタを組み合わせた、盛土の性能設計手法を紹介する。

粒子フィルタに基づいた地盤構造物の性能照査フローを図-13に示す。これは設計・観測施工のプロセスを表した図であると同時に、粒子フィルタの計算アルゴリズムそのものを表している。以下に、フローの説明と同時に、図-12に示した盛土の性能設計例を示す。

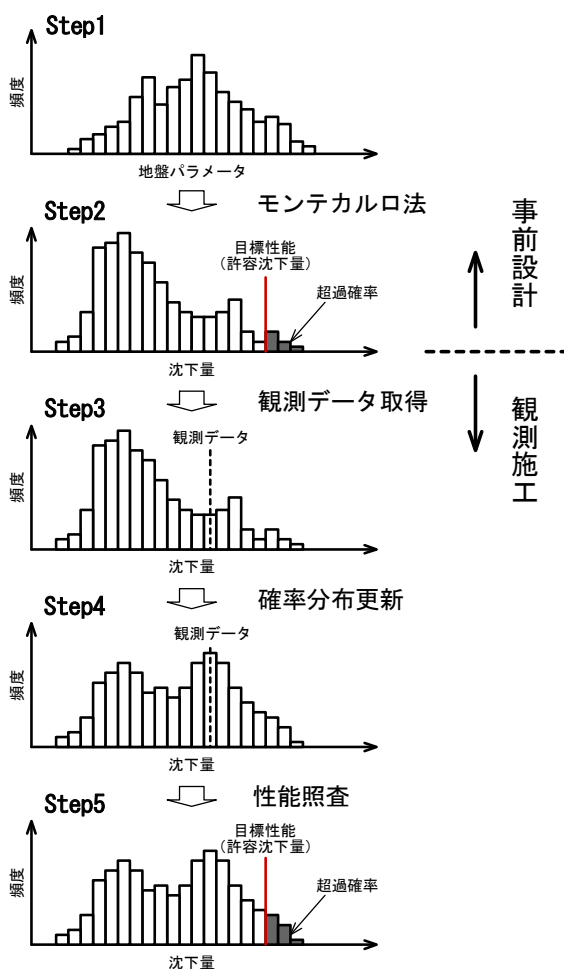


図-13 性能設計（粒子フィルタ）のフロー

まず、Step 1において、地盤パラメータの統計的性質を評価する。これは、数多くの室内試験を行って評価することもできるし、既往の文献等を参考に決定しても良い。その後、地盤パラメータの統計的性質を考慮した有限要素解析（Step 2）を実施する。この際、統計的性質（確率分布）に従って発生させたパラメータをできるだけたくさん準備し、そのパラメータ一つ一つに対して数値解析を実施する。これはいわゆる「モンテカルロ法」である。一つ一つのパラメータ値は異なるので、それぞれ異なる解（沈下量）を生み出す。そのモンテカルロ法の結果に対して頻度分布図を描くことで、Step 2に示すような沈下量の確率分布が得られる。確率分布が得られれば、「残留沈下量が100cm以下になる確率」などは簡単に計算できる。

実際の設計では、複数の設計代替案の中から、性能を満足しかつライフサイクルコスト（Life Cycle Cost, LCC）が最も小さくなる設計案を選定しなければならない。そこで図-12の盛土に対する残留沈下対策工として、サンドドレーン工法に着目し、サンドドレーンの打設ピッチや打設深さ、杭径を変えた全9ケースの中から最適案を決定する。表-1は、9ケースの対策案に関してLCCと超過確率を計算した結果を示している。表から明らかのように、初期投資が大きければ大きいほど、維持管理費が小さくなっていくことが分かる。LCCの観点からはCase 5が最適な設計案となるが、残留沈下の超過確率が10%を上回っているため、最適案はCase 4となる。なお、ここまでの計算が事前設計に相当する。

表-1 設計代替案の超過確率、LCC算定結果

Case	初期建設費 (百万円)	維持管理費 (百万円)	LCC (百万円)	超過確率 (%)
無対策	0.0	168.6	168.6	94.3
1	240.8	56.2	297.1	0.0
2	105.7	77.4	183.2	0.0
3	65.2	114.5	179.7	65.7
4	60.2	75.5	135.7	5.6
5	26.4	106.1	132.6	35.2
6	16.3	142.1	158.4	97.6
7	15.0	112.0	127.1	43.4
8	6.6	148.0	154.7	92.5
9	4.0	171.6	175.7	100.0

事前設計において最適案が決定したが、これで安心というわけではない。なぜなら、数値シミュレーションには種々の不確定性があり、ほとんどの場合、実際の挙動を正確に予測できないからである。そこで、予測精度を向上させるとともに、当初予想していた残留沈下量の確率分布を尤もらしい形に更新することを考える。細かい説明は省略するが、粒子フィルタを用いることにより、観測データに適合するような解析に修正されるとともに、観測データに合った確率分布に更新される。これがフロ



一図のStep 3, Step 4に対応する。どの程度予測精度が向上するかという例を図-14に示す。この図は、神戸空港島の沈下挙動を、粒子フィルタと有限要素法の組合せで予測した結果<sup>8)</sup>であり、図中の「Direct analysis」が粒子フィルタ無しの結果、「Data Assimilation」が粒子フィルタ有りの結果を示している。

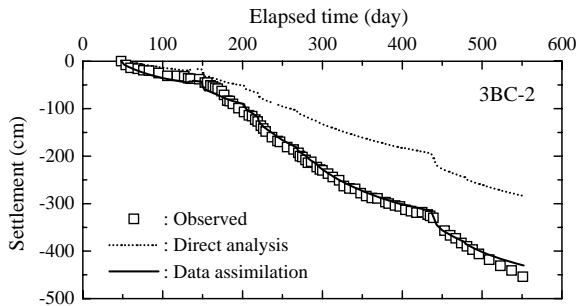


図-14 粒子フィルタを用いた沈下解析<sup>8)</sup>

観測データが得られる毎に、残留沈下量の確率分布が更新されるため、性能照査も逐次的に行う必要がある。性能が満足される場合、すなわち設計段階で予測していた沈下量より観測値が小さい場合は問題とならないが、沈下量が想定よりも大きくなり、性能を満足しなさそうだと判断される場合には、どのように対処すればいいだろうか。超過確率10%という性能規定を満足しない場合の、施工中の対策案の決定方法を最後に説明する。

例えば、サンドマット施工の段階で、超過確率が10%を超えそうだと予測された場合、施工はすでに始まっているので、基礎地盤の改良工事は無理そうである。沈下量を絶対的に低減するためには、盛土を軽くすることが有効であるので、例えば、盛土をFCB工法で施工することを考える。数値解析上では、載荷荷重を低減すればいいだけなので、簡単に計算できる。ここでも、性能を満足し、かつライフサイクルコストの観点から最も経済的になる対策工案を選択する。

FCB盛土層厚の異なる4ケースに関してLCCと性能超過確率を計算した結果を表-1に示す。全ての対策案で超過確率が0%となったため、LCCの観点から、FCB盛土厚さが2.0mのケースが最適な対策工と判定された。このような手順、性能照査と必要に応じた対策工の検討、を観測データが得られることに繰り返すことで、性能を満足し、かつ経済性を追求する設計が可能となる。

今回示した設計例題は煩雑であり、内容が伝わりづらかったと思われるが、粒子フィルタを応用することによって、定量的で明示的な構造物の性能も照査できるということを伝えたかった。現在は仮想の構造物を対象に手法の有効性について議論しているに過ぎないため、実際の工事に適用し、その有効性を実証する必要がある。

表-2 施工時各対策案の超過確率, LCC 算定結果

FCB厚 (m)	$C_i$ (百万円)	$P_m C_m$ (百万円)	LCC (百万円)	超過確率 (%)
2.0	72.4	91.5	163.9	0.0
4.0	158.4	72.8	231.2	0.0
6.0	258.0	54.2	312.2	0.0
8.0	371.2	30.4	401.6	0.0

#### 4. まとめ

本稿では、「粒子」に関連した数値計算手法として粒子法 (MPS法) と粒子フィルタについて概説し、それぞれの地盤解析や地盤構造物の設計への適用例を示した。今後さらに研究を進めることで、両手法が構造物の設計実務耐えうる手法になるものと期待される。

謝辞：本研究の一部は、JSPS科研費 24780235の助成を受けて実施したものであり、ここに記して感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nucl. Sci. Eng.*, Vol.123, pp.421-434, 1996.
- 2) 越塚誠一：計算力学レクチャーシリーズ⑤ 粒子法, 丸善株式会社, 2005.
- 3) Gordon, N. J., Salmond, D. J. and Smith, A. F. M.: Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation, *IEE Proceedings-F*, Vol.140, No.2, pp.107-113, 1993.
- 4) Kitagawa, G.: Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models, *Journal of Computational Graphical Statistics*, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996.
- 5) Martin, J. C. and Moyce, W. J.: An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, *Philos. Trans. R. Soc. London SerA*, Vol.244, pp.312-324, 1952.
- 6) 藤澤和謙, 村上 章, 西村伸一：砂・粘土混合材料の浸食速度測定と室内越流破堤実験, 農業農村工学会論文集, No.273, pp.45-55, 2011.
- 7) 本城勇介：地盤構造物の設計コードと信頼性設計法 (1.講座を始めるにあたって), 地盤工学会誌, Vol.58, No.10, pp.51-52.
- 8) 珠玖隆行, 村上 章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸：粒子フィルタによる神戸空港島沈下挙動のデータ同化, 応用力学論文集, Vol.13, pp.67-77, 2010.

